

I – OPERACIONES CON MATRICES

1. Dadas las siguientes matrices, calcular las operaciones indicadas en cada inciso.

Si la operación no se puede realizar, indique por qué.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & 3 \\ -3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 9 \\ -8 \\ 6 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

- $A + 3B$
 - $AB^t - A^tB$
 - $AC - B^tC$
 - $(BE)^t + DE$
 - $D^t + F^2$
2. Dando uso a las matrices definidas en el ejercicio previo, encontrar la matriz X .
- $2A - X = B$
 - $X - (BE)^t = 2E^t$
 - $X + CF^2 = CD^t$
 - $EE^t + X = A$

II – FORMAS REDUCIDAS

1. Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Identifique las que se encuentran en forma escalonada.

b) Identifique las que se encuentran en forma escalonada reducida.

2. Reducir las siguientes matrices a su forma escalonada.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -5 & 2 \\ 5 & -2 & 7 & 3 \\ 4 & -3 & 6 & 5 \\ -3 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -3 & 0 & -6 \\ 5 & -2 & 2 & 14 & 10 \\ 6 & 4 & 9 & -8 & 1 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 1 & 5 \\ 4 & 6 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Utilizando operaciones elementales, encontrar la matriz inversa, si existe.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & -1 \\ 5 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

III – SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. Resolver los sistemas de ecuaciones utilizando el método indicado.

a) $-3x - y = 5$; (Inversa de matriz de coeficientes)

$$2x + 3y = 6$$

b) $2x + 3y + z = 0$; (Elección libre)

$$x + 5y + 2z = 6$$

$$3x - y + z = 2$$

c) $7x + 3y + 4z = 1$; (Gauss)

$$5x + y + 2z = 1$$

$$9x + 4y + 3z = -1$$

d) $-7x + y + 2z = 0$; (Gauss – Jordan)

$$9x - y - 3z = 0$$

$$2x + 4y - 7z = 0$$

e) $5w + 7x - y + 8z = 1$; (Elección libre)

$$7w + x + y - 3z = 11$$

$$-w - 2x + 3y - z = 11$$

$$w + x - y + 3z = -3$$

IV – DETERMINANTES

1. Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 & 3 \\ 4 & -2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 8 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

a) Encuentre los menores M_{13} , M_{22} , M_{23} y M_{44} para la matriz A , y M_{31} , M_{32} para la matriz B .

b) Calcule los cofactores C_{23} , C_{44} para la matriz A , y C_{31} , C_{32} para la matriz B .

2. Resolver para “ x ”.

$$\begin{vmatrix} 4x & -2x & 3 \\ x & -5x & 2 \\ 2 & 4 & 2x \end{vmatrix} = -10x$$

3. Encontrar la matriz inversa, usando el determinante y la adjunta, para las siguientes matrices.

a) $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -4 & 0 \\ 2 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

b) $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$

4. Calcular los siguientes determinantes utilizando propiedades.

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -3 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad |B| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

V – SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES POR DETERMINANTES

1. Resuelva el sistema de ecuaciones utilizando el método indicado.

a) $2x - y + z = 3$; (Regla de Cramer)

$$2y - z = 1$$

$$-x + y = 1$$

b) $x + 3y - 3z = 0$; (Método Montante)

$$2x - y + z = 7$$

$$3x - 4y - 2z = 1$$

c) $x + 2y + z = 1$; (Usando la inversa calculada por determinante)

$$2x - y - 2z = -1$$

$$x + 5y + 3z = 2$$

d) $w + x - y + z = 0$; (Elección libre)

$$-2w - x + 2y - 5z = -5$$

$$-3w + 2x + 3y + 6z = -1$$

$$2w + x - y + z = 2$$

2. Determinar los valores de “ k ” de modo que el sistema tenga solución única, infinitas soluciones y sin solución.

a) $x + y + kz = 2$

$$3x + 4y + 2z = k$$

$$2x + 3y - z = 1$$

b) $kx + 2y + 6z = 0$

$$2x + ky + 4z = 2$$

$$2x + ky + 6z = k - 2$$

VI – FRACCIONES PARCIALES

1. Descomponer en fracciones parciales y comprobar el resultado.

a) $\frac{3x+6}{(x-2)(x+4)}$

b) $\frac{9x+7}{x^2+2x-3}$

c) $\frac{3x^2-5x-52}{(x+2)(x-3)(x+5)}$

d) $\frac{x^3+2x^2-1}{x^2+x-6}$

e) $\frac{x^2+3x-2}{x^2(2x-1)}$

f) $\frac{9x^3+16x^2+3x-10}{x^3(x+5)}$

g) $\frac{3x^2-4x+5}{(x-1)(x^2+1)}$

h) $\frac{2x^3-4x^2+4x-4}{(x^2+2)(x^2+1)}$

i) $\frac{-10x^2-24x-48}{(x+2)(x-3)(x^2+x+2)}$

j) $\frac{2x^4+4x^3+4x^2+x-6}{x^4+x^3+3x^2}$

k) $\frac{2x^5+4x^3-3x^2+3x-1}{(x^2+1)^3}$

l) $\frac{2x^5+9x^3+3x^2+5x+4}{x^6+2x^3+1}$

VII – FUNCIONES EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

1. En cada uno de los incisos pasar a la forma logarítmica.

a) $a^c = b$

b) $x^2 = 81$

c) $100^{3/2} = 1000$

d) $\left(\frac{1}{64}\right)^{2/3} = \frac{1}{16}$

2. En cada uno de los incisos pasar a la forma exponencial.

a) $\log_2 x = k$

b) $\log_{\sqrt{3}} 3 = 2$

c) $\log_{\frac{1}{2}} x = 5$

d) $\ln 5 = k$

3. Hallar los valores de “ b ” o “ N ”, según corresponda:

a) $\log_{10} \frac{1}{1000} = b$

b) $\log_b 9 = -2$

c) $\log_{32} N = \frac{1}{5}$

d) $\ln N = -0.3218$

4. Trazar la gráfica de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2^x$

b) $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $f(x) = \log_{1/3} x$

d) $h(x) = \ln x$

VIII – PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1. En cada uno de los incisos, expresar el logaritmo dado en función de logaritmos de expresiones más sencillas.

a) $\log_b \left(\frac{x^2-1}{x^2-4} \right)$

b) $\log_b \frac{x(x+2)^2}{(x-2)^4}$

c) $\log_b \sqrt{\frac{x(x-5)^3}{(x^2-3)(x^2+3)}}$

2. Dado que $\ln x = 1.2531$, $\ln y = 0.2278$ y $\ln z = -2.8901$; encontrar el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $\ln \left(\frac{x^2 y}{z^3} \right)$

b) $\log_x yz$

3. Encontrar la función inversa de:

a) $f(x) = b^x$

b) $g(x) = b^{\frac{x+2}{x}}$

c) $h(x) = \log_b \frac{x}{x-1}$

d) $w(x) = \log_b \frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}$

IX – ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

1. Resolver para “ x ” y comprobar el resultado.

a) $2^{x+2} = 4^{x-1}$

b) $e^{2x} - 2e^{-2x} + 1 = 0$

c) $2 \ln x - \ln(5x - 4) = 0$

d) $\ln 12 - \ln(x - 1) = \ln(x - 2)$

e) $\log_{10}(x + 2) + 2 \log_{10}(x + 3) = 2$

f) $e^{3x} - 2e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$

g) $\ln x + \ln(x - 1) = \ln 6$

h) $e^{2x} - 2e^x - 5 + 6e^{-x} = 0$

2. Transformar la expresión dada en otra que no contenga logaritmos.

a) $\ln x + \ln y = \ln 4$

b) $\log_2 x - 3 \log_2 y = 3$

c) $2 \ln x - \ln(z - 2y) = \ln(z + 2y)$

d) $\ln(x + y - 1) = \ln(x^2 + xy + y^2) - \ln 2$

e) $2 \ln 2y + \ln(x - 1) - x = 0$

3. Para $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$, despejar “ n ” como función de a_1, S_n y r .

4. Para $A = P(1 + r)^n$, despejar “ n ” como función de A, P y r .

X – PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

- Existen 4 carreteras entre las ciudades A y B , y 3 carreteras entre las ciudades B y C . Hallar el número de formas diferentes de viajar de A a C , pasando por B .
- Hallar el número de enteros de diferentes 3 cifras que pueden formarse con los dígitos 1, 2, 3, 5, 7, 9, bajo las siguientes condiciones.
 - No se permite repetición. Cuente los enteros pares en este caso.
 - Se permite repetición.
- Halle el valor de " n " o " r " si:
 - $P(n, 4) = 6P(n, 2)$
 - $2P(6, r) = 3P(5, r)$
 - $C(n, 5) = 2C(n, 2)$
 - $2C(6, r) = 3C(5, r)$
- ¿De cuántas maneras puede escogerse un comité compuesto de 3 hombres y 2 mujeres de un grupo de 7 hombres y 5 mujeres?
- ¿Cuántos números mayores de 5000 de cuatro dígitos se pueden formar con las cifras 2,3,5 y 7?
 - Si se permite la repetición de dígitos.
 - Sin repetir ningún dígito.
- ¿En cuántas formas diferentes pueden acomodarse 7 llaves diferentes en un llavero circular?
- De cuántas maneras pueden arreglarse en un estante 4 libros de francés, 2 libros de alemán y 3 libros de español, de manera que los libros del mismo idioma permanezcan juntos.

XI – SUCESIONES Y SERIES

1. A partir de la fórmula explícita para la sucesión a_n , escriba los 4 primeros términos, calcule el $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ y exprese si converge o diverge.

a) $a_n = \frac{4n^2+1}{n^2-2n+3}$

b) $a_n = \frac{3n^2+2}{n+4}$

c) $a_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1}$

d) $a_n = \frac{n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{2n+1}$

2. Determinar si la serie dada converge o diverge. Justifique su respuesta.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{2n-1}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n(n+1)}$

3. Hallar el intervalo de convergencia para:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(n+1)^2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n \ln n}{n3^n}$

4. Hallar la serie de Taylor para las funciones dadas, alrededor del punto indicado.

Encuentre también la serie de Maclaurin para cada inciso ($c = 0$).

a) $f(x) = \cos 4x; c = \pi$

b) $g(x) = xe^{x^2}; c = 2$

c) $h(x) = \sin 2x; c = \frac{\pi}{3}$