

I – DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

1. Verificar si los siguientes puntos son o no colineales.
 - a) $A(a, 0), B(2a, -b), C(-a, 2b)$
 - b) $A(-\frac{1}{3}, -6), B(1, -2), C(\frac{5}{3}, 0)$
 - c) $A(0,6), B(2,7), C(-3,3)$
2. Indique si los puntos dados forman un triángulo rectángulo, isósceles, equilátero o escaleno. Y obtener el perímetro para cada triángulo. Si es un triángulo rectángulo calcular su área. Dibuje una figura para cada inciso.
 - a) $A(2, -2), B(-8,4), C(5,3)$
 - b) $D(0,9), E(-4, -1), F(3,2)$
 - c) $G(-2, -1), H(2,2), I(5, -2)$
 - d) $J(2,5), K(8, -1), L(10,7)$
3. Los vértices de un triángulo son $A(3,8), B(2, -1)$ y $C(6, -1)$. Si D es el punto medio del lado BC, calcular la longitud de la mediana AD. Dibuje la figura.
4. Resuelve los siguientes problemas. Dibuje una figura para cada inciso.
 - a) Demostrar que los puntos $A(0,1), B(3,5), C(7,2)$ y $D(4, -2)$ son los vértices de un cuadrado.
 - b) Demostrar que los puntos $A(1,1), B(3,5), C(11,6)$ y $D(9,2)$ son los vértices de un paralelogramo.
 - c) Determinar la ecuación algebraica que expresa el hecho de que un punto (x, y) equidista de los puntos $(-3,5)$ y $(7, -9)$.
5. Hallar los puntos de trisección y el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos $A(-2,3)$ y $B(6, -3)$. Dibuje la figura.

II – PENDIENTE Y RAZÓN

1. Hallar la pendiente e inclinación de la recta que pasa por los puntos dados. Dibuje una figura para cada inciso.
 - a) $A(2, \sqrt{3}), B(1, 0)$
 - b) $C(-1, -4), D(3, 0)$
 - c) $E(-3, 2), F(7, -3)$
2. Hallar los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son los puntos dados. Dibuje una figura para cada inciso y mencione el tipo de triángulo.
 - a) $A(-2, 1), B(3, 4), C(5, -2)$
 - b) $D(1, 1), E(5, 3), F(6, -4)$
3. Dado que las coordenadas de los puntos medios de los lados de un triángulo son $A(2, 5), B(4, 2)$ y $C(1, 1)$. Hallar las coordenadas de sus vértices y las pendientes de cada uno de sus lados. Dibuje la figura.
4. Hallar la pendiente de la recta que forma un ángulo de 60° con la recta que pasa por $A(2, 7)$ y $B(5, 3)$. Dibuje la figura.
5. Demostrar que la recta que pasa por los puntos $A(-2, 5)$ y $B(4, 1)$, es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $C(-1, 1)$ y $D(3, 7)$. Dibuje la figura.
6. Demostrar que los tres puntos $A(2, 5)$, $B(8, -1)$ y $C(-2, 1)$ son los vértices de un triángulo rectángulo, y hallar sus ángulos agudos. Dibuje la figura.

III – GRÁFICAS DE FUNCIONES

1. Estudiando intercepciones con los ejes coordenados, simetrías, extensiones y asíntotas, trazar la gráfica de la ecuación dada.

a) $3x^2 + 3y^2 - 10 = 0$

b) $3x^2 + 4y^2 - 12 = 0$

c) $4y^2 - x = 0$

d) $4x^2 - y^2 - 2y - 2 = 0$

e) $y^2 - 9x^2 - 18x - 8y - 2 = 0$

f) $x^2y - xy - 2y - 2 = 0$

2. Factorizar la ecuación correspondiente y trazar la gráfica:

a) $x^3 - x^2y - 2xy^2 = 0$

b) $x^2y^2 - 4x^3 + 4xy^2 - y^4 = 0$

c) $x^3 + x^2 + 2xy^2 + 2y^2 - 4x - 4 = 0$

3. Hallar analítica y gráficamente los puntos de intersección, cuando los haya, para las curvas dadas.

a) $x + 4y + 7 = 0; 2x - 3y - 8 = 0$

b) $y^2 - x = 0; 2x - y - 6 = 0$

c) $x^2 + y^2 = 13; xy = 6$

IV – LUGAR GEOMÉTRICO

1. En cada uno de los ejercicios se recomienda, después de hallar el lugar geométrico, se construya la curva.
 - a) Un punto que se mueve de tal manera que su distancia al origen es siempre igual a 2. Dar su interpretación geométrica.
 - b) Un punto que se mueve de tal manera que su distancia al punto $A(2,3)$ es siempre igual a 5. Dar su interpretación geométrica.
 - c) Un punto que se mueve de tal manera que se conserva siempre equidistante de los puntos $A(1, -2)$ y $B(5,4)$. Dar su interpretación geométrica.
 - d) Un punto que se mueve de tal manera que su distancia al eje X es siempre igual a la distancia del punto $A(0,4)$. Dar su interpretación geométrica.
 - e) Un punto que se mueve de tal manera que la suma de sus distancias de los puntos $A(0, -3)$ y $B(0,3)$ es siempre 8. Dar su interpretación geométrica.
 - f) Un punto que se mueve de tal manera que la diferencia de sus distancias de los puntos $A(0, -3)$ y $B(0,3)$ es siempre 4. Dar su interpretación geométrica.

V – LÍNEA RECTA

- Hallar la ecuación de las rectas que pasan por el punto $A (1,5)$ y tienen los siguientes ángulos de inclinación:
 - 135°
 - 30°
 - 60°
 - 120°
- Los vértices de un cuadrilátero son $A (0,0)$, $B (2,4)$, $C (6,7)$ y $D (8,0)$. Halle las ecuaciones de sus lados. Exprese la ecuación de la forma simétrica del lado BC . Dibuje la gráfica.
- Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que los ejes coordenados determinan en la recta $5x + 3y - 15 = 0$.
- Para el triángulo cuyos vértices son los puntos $A (-6,6)$, $B (1,5)$ y $C (-1,-3)$ halle lo siguiente:
 - ecuaciones de sus alturas.
 - ecuaciones de sus medianas.
 - ecuaciones de sus mediatrices.
- Determine si las siguientes dos rectas son paralelas, perpendiculares, coincidentes o si sólo se cortan en un punto.
 - $l_1: 3x - y - 11 = 0$; $l_2: x + 3y + 1 = 0$
 - $l_1: x - y - 1 = 0$; $l_2: 2x + y - 4 = 0$
 - $l_1: 3x - y = 5$; $l_2: 6x - 2y + 7 = 0$
- Hallar la ecuación de una recta en la forma normal siendo $w = 30^\circ$ y $p = 1$.
- Reducir la ecuación $12x - 5y - 52 = 0$ a la forma normal, y hallar los valores de “ w ” y “ p ”.

VI – FAMILIAS DE RECTAS

1. Escriba la ecuación de la familia de rectas que cumplen con la condición dada.
 - a) Tiene pendiente igual a $-\frac{2}{5}$.
 - b) Pasan por el punto $A(-3, -1)$.
 - c) La ordenada al origen es -1 .
 - d) La suma de las coordenadas al origen sea 3.
 - e) De abscisa al origen igual a $\frac{3}{8}$.
2. Sin obtener las coordenadas del punto de intersección, hallar la ecuación:
 - a) Pasa por el origen y la intersección de las rectas $l_1: 3x + 2y - 14 = 0$ y $l_2: x - 3y - 1 = 0$.
 - b) Intersección de las rectas $l_1: 2x + 5y - 9 = 0$ y $l_2: x - 3y + 1 = 0$ y su distancia al origen es 2.
3. Halle la ecuación de la familia que pasa por el punto de intersección de las rectas $l_1: 2x + y + 2 = 0$ y $l_2: x + y + 1 = 0$.
 - a) Elemento de la familia perpendicular a la recta $l_1: 3x - 2y = -5$.
 - b) Elemento de la familia que pasa por el punto $A(-1, 3)$.
 - c) Elemento de la familia que es paralelo a la recta $l_1: 4x + 3y + 5 = 0$.
 - d) Elemento de la familia cuya distancia al origen es 1.

VII – CIRCUNFERENCIA

1. Determine si la ecuación dada representa o no una circunferencia. Si lo es, halle el centro, el radio y su gráfica.

a) $13x^2 + 13y^2 + 24x - 68y - 30 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 16x - 48y + 160 = 0$

c) $4x^2 + 4y^2 + 28x + 53 = 0$

d) $3x^2 + 3y^2 + 27x = 0$

e) $x^2 + y^2 - 3y = 0$

2. Hallar la ecuación de la circunferencia descrita por las condiciones dadas.

a) Tiene su centro en $C(4,2)$ y pasa por $A(7,4)$.

b) Es tangente a las rectas $5x - 12y + 5 = 0$, $4x + 3y - 3 = 0$, y tiene su centro sobre la recta $7x - 2y - 1 = 0$.

c) Pasa por los puntos $A(5,3)$, $B(6,2)$ y $C(3,-1)$.

d) Pasa por el punto $A(2,-1)$ y es tangente a la recta $3x - 2y - 6 = 0$ en el punto $B(4,3)$.

e) Un diámetro es el segmento que une los puntos $P(5,-1)$ y $Q(-3,7)$.

3. Halle la ecuación de la familia de circunferencias que pasan por las intersecciones de las circunferencias:

$$C_1: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0 \text{ y } C_2: x^2 + y^2 - 18x - 4y + 67 = 0$$

a) Halle el elemento de la familia que pasa por el punto $A(-8,5)$.

b) Halle el elemento de la familia cuyo centro esta sobre el eje Y .

c) Halle el elemento de la familia cuyo centro esta sobre el eje X .

d) Halle el elemento de la familia cuyo centro está en la recta $l_1: y = x$.

e) Halle el eje radical.

4. Hallar la ecuación de la tangente a $C_1: x^2 + y^2 + 2x - 2y - 39 = 0$ en el punto $A(4,5)$.

VIII – TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

1. Transfórmese la ecuación dada trasladando los ejes coordenados al nuevo origen indicado.

a) $4x^2 - y^2 - 8x - 10y - 25 = 0; O(1, -5)$

b) $3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y + 8 = 0; O(-2, 1)$

c) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0; O(-1, 3)$

2. Por una traslación de ejes, transforme la ecuación dada de modo que carezca de términos de primer grado.

a) $2x^2 + y^2 + 16x - 4y + 32 = 0$

b) $3x^2 - 2y^2 - 42x - 4y + 133 = 0$

c) $3x^2 + 2y^2 + 18x - 8y + 29 = 0$

3. Hallar la transformada de la ecuación dada al girar los ejes coordenados un ángulo igual al indicado.

a) $x^2 - 2xy + y^2 - x = 0; \theta = 45^\circ$

b) $\sqrt{3}y^2 + 3xy - 1 = 0; \theta = 60^\circ$

4. Por una rotación de ejes, transforme la ecuación dada de modo que carezca del término "xy".

a) $9x^2 + 3xy + 9y^2 = 5$

b) $2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$

c) $16x^2 + 24xy + 9y^2 + 25x = 0$

IX – PARÁBOLA

1. En cada uno de los siguientes ejercicios, hallar las coordenadas del foco, vértice, la ecuación de la directriz y la longitud del lado recto para la ecuación dada, y dibujar la gráfica correspondiente.
 - a) $y^2 - 8x - 8y + 64 = 0$
 - b) $6y^2 - 12x = 0$
 - c) $x^2 - 2x - 6y - 5 = 0$
 - d) $x^2 - 6x - 4y = -17$
2. Halle la ecuación de la recta tangente a la parábola $y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$ que es perpendicular a la recta $2x + y + 7 = 0$.
3. Hallar los puntos de intersección de la parábola $P: y = x^2 - x - 1$ y la recta $l_1: y = x + 1$.
4. Con referencia a la parábola $P: x^2 + 4x - y + 3 = 0$, encuentre los valores de “ k ” para los cuáles las rectas de la familia $3x + y = 2k$ cumplen con las condiciones requeridas:
 - a) Cortan a la parábola en dos puntos diferentes.
 - b) Son tangentes a la parábola.
5. Representa la siguiente región: $y - x^2 + 4 < 0$; $y^2 + x < 0$.
6. Del punto $A(-1, -1)$, se trazan dos tangentes a la $P: y^2 - x + 4y + 6 = 0$. Hallar el ángulo agudo formado por estas rectas.

X – ELIPSE

1. Reducir la ecuación dada la forma ordinaria de la ecuación de la elipse, hallar sus elementos y trazar la gráfica correspondiente.
 - a) $27x^2 + y^2 + 108x - 10y + 52 = 0$
 - b) $9x^2 + y^2 - 18x + 1 = 2y$
 - c) $x^2 + 27y^2 - 6x + 162y + 171 = 0$
2. Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones dadas:
 - a) $e = 1/6$, $V(3, -5/2)$, $C(3, -1)$.
 - b) $V(-1, 3)$, $V'(5, 3)$ y $LLR = 8/3$.
 - c) $F(0, \sqrt{7})$, $F'(0, -\sqrt{7})$, longitud del eje menor $\sqrt{3}$.
 - d) Pasa por los puntos $P_1(2, 1)$, $P_2(-1, 3)$, $P_3(2, 5)$, $P_4(5, 3)$ y sus ejes son paralelos a los ejes coordenados.
3. Halle la ecuación de la parábola que abre hacia abajo, tiene vértice en el centro de la elipse $E: 3x^2 + 2y^2 + 24x - 32y + 17 = 0$, y pasa por el punto $A(-2, 0)$.
4. Halle la ecuación de la recta tangente a la elipse $E: 4x^2 + 5y^2 = 8$, que es paralela a la recta $l: 2x - y = 2$.
5. Hallar intersecciones de la elipse $E: x^2 + 4y^2 = 20$ y la recta $l_1: x + 2y = 6$.

XI – HIPÉRBOLA

1. Reducir la ecuación a la segunda forma ordinaria de la ecuación de la hipérbola, hallar sus elementos y trazar su gráfica.
 - a) $9y^2 - 16x^2 - 54y + 64x - 127 = 0$
 - b) $3x^2 - 2y^2 + 12x + 2y - 14 = 0$
 - c) $7y^2 - 25x^2 = 175$
 - d) $16x^2 - 4y^2 - 160x + 24y + 300 = 0$
2. Encuentre la ecuación de la hipérbola que satisface las siguientes condiciones:
 - a) $V(1, 7)$, $V'(1, -3)$ y $F(1, 9)$, $F'(1, -5)$.
 - b) $C(-5, 3)$, $V(-9, 3)$ y una asíntota $l: x + 2y - 1 = 0$.
 - c) Eje focal 6 y distancia focal $2\sqrt{34}$.
 - d) $V(-4, 1)$, $C(-4, 5)$, y excentricidad $e = \frac{5}{4}$.
3. Halle la ecuación de la recta tangente a la hipérbola $H: 7x^2 - 12y^2 = -80$ que es perpendicular a la recta $l: 6x - y = 4$.
4. Determine los valores de “ m ” para que la recta $l: y = \frac{5x}{2} + m$ cumpla con las condiciones dadas:
 - a) Corte a la hipérbola $H: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$.
 - b) Es tangente a ella.

XII – ECUACIÓN GENERAL DE SEGUNDO GRADO

1. Halle la nueva ecuación transformada cuando los ejes coordenados se giran el ángulo indicado.

a) $2x^2 + y^2 + 2\sqrt{3}xy + 4y = 2$; $\theta = \frac{\pi}{6}$

b) $x - y = 3$; $\theta = \frac{\pi}{3}$

c) $2x^2 + 9y^2 - 24y + 5x = 3$; $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$.

2. Mediante una rotación de los ejes coordenados transforme la ecuación dada en otra que no contenga término en "xy".

a) $2x^2 + 2y^2 + 2xy = 3$

b) $3x^2 + y^2 + 2\sqrt{3}xy + 4y = 2$

c) $2x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x + 3y = 18$

3. Identifique el tipo de cónica representado por la ecuación dada. Reduzca la ecuación a su forma canónica y trace la gráfica correspondiente.

a) $4x^2 - 24xy + 11y^2 + 56x - 58y + 95 = 0$

b) $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2\sqrt{2}x - 6\sqrt{2}y + 2 = 0$

c) $3x^2 - 4xy - 4y^2 + 16x + 16y - 12 = 0$

d) $\frac{7}{2}x^2 + xy + \frac{7}{2}y^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2}y = 0$

e) $x^2 + 6xy + 9y^2 = 0$