I – ANTIDERIVADAS

1. Realice la antiderivación y compruebe el resultado calculando la derivada de la respuesta.
    a) $\int w\sqrt{w}\, dw$
    b) $\int \left(\frac{k^{-1}+k^{-2}+k^{-3}}{k^2}\right) dk$
    c) $\int \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$
    d) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
    e) $\int (2\csc\theta\cot\theta - 5\sec^2\theta)\, d\theta$
    f) $\int (2\csc^2 t - 2\sec t\tan t + \sqrt[3]{t})\, dt$
    g) $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$
    h) $\int (4\cot^2\theta - 7\tan^2\theta)\, d\theta$
    i) $\int \left(\frac{\tan\theta - 2\cos^2\theta}{\cos\theta}\right) d\theta$
    j) $\int (\sqrt[3]{x^2} - \csc x\cot x)\, dx$
2. Encontrar la función que cumpla con las condiciones dadas.
    a) Pasa por el punto $A\ (4,2)\ y\ g'(x) = 3x + 1.$
    b) Pasa por el punto $B\ \left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right)\ y$ con $h'(x) = 1 - \sin x.$
    c) $w''(x) = 12x + 6; w'(1) = 10\ y\ w(1) = -5.$
    d) La recta $l_t: x - y + 2 = 0$, es tangente a la curva en $D\ (1,3)$, con $f''(x) = 6x.$

II – TÉCNICAS DE ANTIDERIVACIÓN

1. Usando la Regla de la cadena para antiderivación, encuentre la antiderivada en cada caso. Verifique derivando el resultado.
   a) $\int (1+z^2)^5\, 2z dz$
   b) $\int x^2(7-2x^3)^4\, dx$
   c) $\int \theta \sin(\theta^2)\, d\theta$
   d) $\int \frac{w}{(1+w^2)^4} dw$
2. Encuentre la antiderivada realizando sustituciones. Compruebe el resultado derivando.
   a) $\int \frac{\sin\sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$
   b) $\int \frac{1}{v^2}\sqrt{1+\frac{1}{v}}\, dv$
   c) $\int \cos\theta \sin^7\theta\, d\theta$
   d) $\int \frac{x}{\sqrt{x+5}} dx$
3. Encuentre la antiderivada de $\int \tan\theta \sec^2\theta\, d\theta$ usando la sustitución:
   a) $u = \tan\theta$
   b) $v = \sec\theta$
   c) Explique la aparente diferencia en las respuestas de a) y b).
4. Encuentre la antiderivada de $\int \frac{(\sqrt{x}+1)^3}{\sqrt{x}} dx$ siguiendo el método indicado:
   a) Usando la sustitución: $u = \sqrt{x}$.
   b) Desarrollando el binomio al cubo y multiplicando por $x^{-1/2}$.
   c) Explique la aparente diferencia en las respuestas de a) y b).

III – ÁREA

1. Calcule la suma o exprese en función de "n", usando teoremas.
   a) $\sum_{i=1}^{20} i(i+1)^2$
   b) $\sum_{i=1}^{n}(2-i)^2$
   c) $\sum_{i=1}^{400}\left(\sqrt{i}-\sqrt{i-1}\right)$
   d) $\sum_{i=1}^{n}(10^{i+1}-10^{i})$
   e) $\sum_{i=1}^{n}(2^{i}-2^{i-1})$
2. Evalúe los siguientes límites:
   a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left[2+\frac{12(i-1)^2}{n^2}\right]\frac{2}{n}$
   b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left(1+\frac{i}{n}\right)^3\frac{1}{n}$
3. Usando la definición de área de una región plana, determine el área de la región limitada por:
   a) $y=1-x^2; y=0; x\in[-1,0]$. Use rectángulos inscritos.
   b) $y=x^3-1; y=0;\ x\in[1,3]$. Use rectángulos circunscritos

IV – TEOREMAS FUNDAMENTALES DEL CÁLCULO

1. Calcule las derivadas siguientes:

    a) $\frac{d}{dx}\int_2^x \frac{1}{3+t^2}\,dt$

    b) $\frac{d}{dx}\int_1^{x^2} \sin t\,dt$

    c) $\frac{d}{dx}\int_{3x-1}^0 \sqrt{4t+1}\,dt$

    d) $\frac{d}{dx}\int_{x+1}^{x^2} \frac{1}{1+t^2}\,dt$

    e) $\frac{d}{dx}\int_{-x}^x \cos(t^2+1)\,dt$

2. Evalúe.

    a) $\int_{-1}^1 \left(7x^{4/3}+8x^{1/3}\right)dx$

    b) $\int_0^4 \frac{1}{9+6x+x^2}\,dx$

    c) $\int_{-8}^3 \sqrt{1+|x|}\,dx$

    d) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\sin\theta)}{(\theta+\cos\theta)^2}\,d\theta$

    e) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} 3\csc^2 2\alpha\,d\alpha$

    f) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 2w+\cos 3w)\,dw$

3. Determine: $\int_4^{16}\left[D_x\int_5^x\left(2\sqrt{t}-1\right)dt\right]dx$

4. Calcule el área de la región acotada por las curvas:

    a) $f(x)=x^2-1$ y $g(x)=2x+2$.

    b) $f(x)=-x^2$ y $g(x)=-4$.

    c) $f(x)=x^2-4x$ y $g(x)=x^3-6x^2+8x$.

    d) $f(x)=\sin x$ y $g(x)=\cos x$; para $x\in\left[0,\pi/2\right]$.

V – VOLÚMENES

1. Obtenga el volumen del sólido generado al girar alrededor del eje indicado, la región acotada correspondiente.
   a) $y = x^{2/3};\ y = x^2;$ girando alrededor de $y = -1$.
   b) $y = x - 2;\ y^2 = x;$ girando alrededor $y = 2$.
   c) $y^2 = x^3;\ y = 8; x = 0;$ girando alrededor $y = 0$.
   d) $y^2 = x^3;\ y = 8; x = 0;$ girando alrededor $x = 0$.
   e) $y^2 = x^3;\ y = 0; x = 4;$ girando alrededor $y = 0$.
   f) $y^2 = x^3;\ y = 0; x = 4;$ girando alrededor $x = 0$.
   g) $y = 3x - x^3;\ x = 0; y = 2$ girando alrededor $x = -1$
   h) $y = 3x - x^3;\ x = 0; y = 2$ girando alrededor $x = 2$
2. Calcular la longitud de la curva dada en el intervalo indicado.
   a) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}\ ; x \in [2,4]$.
   b) $g(x) = 2\sqrt{(x+1)^3} - 1; x \in [-1,0]$.

VI – FUNCIONES INVERSAS Y TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

1. Demostrar que las funciones dadas son inversas y en el mismo sistema de coordenadas trazar sus gráficas.
   a) $f(x) = 7x + 5; g(x) = {}^{1}\!/_{7}\,(x - 5)$.
   b) $f(x) = x^2 - 1; g(x) = \sqrt{x + 1}$.
   c) $f(x) = x^3 + 1; g(x) = \sqrt[3]{x - 1}$.
2. Encontrar la inversa, señale dominio y rango. Grafique ambas funciones.
   a) $f(x) = (9 - x)^3$
   b) $f(x) = \frac{x-1}{x-4}$
   c) $f(x) = \frac{1}{1+8x^3}$
3. Sin obtener la inversa, determinar el punto de la gráfica de f^{-1} en el valor indicado de "x". Halle una ecuación de la recta tangente a f^{-1} en ese punto.
   a) $f(x) = \frac{2x+1}{4x-1}$; $x = 0$
   b) $f(x) = (x^5 + 1)^3$; $x = 1$
   c) $f(x) = 8 - 6\sqrt[3]{x + 2}$; $x = -3$
   d) $f(x) = 6 - x - x^3$; $x = 2$
4. Calcular $f^{-1}(d)$, si:
   a) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x - 7;\ d = 5$
   b) $f(x) = \frac{2x+1}{4x+1};\ d = -1$
   c) $f(x) = \int_x^2 t dt; x < 0;\ d = -6$
   d) $f(x) = \int_2^{7x} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt;\ d = 0$
5. Calcule las derivadas de las funciones:
   a) $f(t) = 2\cos^{-1}\sqrt{t} + 3\sin^{-1}\frac{1}{t}$
   b) $g(x) = x\tan^{-1}x - \sec^{-1}\sqrt{x}$
6. Encuentre la antiderivada.
   a) $\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} dx$
   b) $\int \frac{1}{x^2+4x+6} dx$
   c) $\int \frac{1}{x\sqrt{9x^2-1}} dx$

VII – FUNCIONES LOGARÍTMICAS, EXPONENCIALES E HIPERBÓLICAS

1. Calcule la derivada de las siguientes funciones:
   a) $f(x) = \log_2\left(\frac{x-1}{x+2}\right)$
   b) $g(x) = x^x + 6^{-3x}$
   c) $h(z) = \frac{\log_3 z}{z} - \sec 3^{z^2}$
   d) $w(t) = \sinh\sqrt{t} + \cosh t^3$
   e) $v(x) = \tanh^{-1}(\cos x)$
2. Evalúe la integral indefinida.
   a) $\int 2^t e^t \, dt$
   b) $\int x^2 4^{x^3} \, dx$
   c) $\int \frac{10^{\ln 1/v}}{v} dv$
   d) $\int x \cosh x^2 \sinh x^2 \, dx$
   e) $\int \coth^2 2z \, dz$
   f) $\int \tanh 2x \ln(\cosh 2x) \, dx$
3. Exprese la integral indefinida en términos de una función hiperbólica inversa y como un logaritmo natural.
   a) $\int \frac{1}{\sqrt{4+r^2}} dr$
   b) $\int \frac{1}{25-t^2} dt$

VIII – INTEGRACIÓN POR PARTES

1. Evalúe la integral indefinida. Verifique la respuesta mediante diferenciación.
   a) $\int we^{2w}\,dw$
   b) $\int t^2 \cos 3t\,dt$
   c) $\int \sin^{-1}\theta\,d\theta$
   d) $\int x \sec^2 2x\,dx$
   e) $\int \sin(\ln r)\,dr$
   f) $\int \ln(u^2+1)^2\,du$
2. Calcule el valor exacto de la integral definida.
   a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta \tan^{-1}\theta\,d\theta$
   b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^w \cos w\,dw$
   c) $\int_{-1}^{2} \ln(x+2)\,dx$
   d) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin\alpha \ln(\cos\alpha)\,d\alpha$

IX – INTEGRALES TRIGONOMÉTRICAS

1. Evalúe la integral indefinida.

   a) $\int \cos w \cos 2w \, dw$

   b) $\int \sin 2t \cos 3t \, dt$

   c) $\int e^{\theta} \tan^4 e^{\theta} \, d\theta$

   d) $\int \sec^3 2x \, dx$

   e) $\int \frac{1}{1+\cos r} dr$

   f) $\int (\sec 3u + \csc 3u)^2 \, du$

2. Calcule el valor exacto de la integral definida.

   a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \theta \, d\theta$

   b) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^3 w \cos^2 w \, dw$

   c) $\int_0^1 \sin^3 \left(\frac{1}{2}\pi x\right) \, dx$

   d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \left(\frac{1}{2}\alpha\right) \cos^2 \left(\frac{1}{2}\alpha\right) \, d\alpha$

X – INTEGRACIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS MEDIANTE SUSTITUCIÓN TRIGONOMÉTRICA

1. Evalúe la integral indefinida.

   a) $\int \frac{\sqrt{9-w^2}}{w^2}\,dw$

   b) $\int \frac{t^2}{\sqrt{2+t^2}}\,dt$

   c) $\int \frac{e^{-v}}{(4e^{-2v}+1)^{3/2}}\,dv$

   d) $\int \frac{1}{(x^2-6x+18)^{3/2}}\,dx$

   e) $\int \frac{\sec^2 r}{\sqrt{9-\tan^2 r}}\,dr$

   f) $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2+25}}\,du$

2. Calcule el valor exacto de la integral definida.

   a) $\int_{\sqrt{3}}^{3\sqrt{3}} \frac{1}{z^2\sqrt{z^2+9}}\,dz$

   b) $\int_0^5 w^2\sqrt{25-w^2}\,dw$

   c) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{(e^{2x}+8e^x+7)^{3/2}}\,dx$

   d) $\int_0^1 \frac{\sqrt{16-e^{2v}}}{e^v}\,dv$

XI – INTEGRACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES

1. Evalúe la integral indefinida.

   a) $\int \frac{w^2+4w-1}{w^3-w} dw$

   b) $\int \frac{\sec^2 t(1+\sec^2 t)}{1+\tan^3 t} dt$

   c) $\int \sec\theta \, d\theta$; (Sugerencia: multiplique y divida por " $\cos\theta$")

   d) $\int \frac{1}{9x^4+x^2} dx$

   e) $\int \frac{e^{5r}}{(e^{2r}+1)^2} dr$

   f) $\int \frac{\cos u}{\sin u+\sin^3 u} du$

2. Calcule el valor exacto de la integral definida.

   a) $\int_0^4 \frac{z+4}{2z^2+5z+2} dz$

   b) $\int_1^3 \frac{w^2-4w+3}{w^3+2w^2+w} dw$

   c) $\int_1^4 \frac{2x^2+13x+18}{x^3+6x^2+9x} dx$

   d) $\int_0^1 \frac{t}{t^3+2t^2+t+2} dt$

XII – INTEGRACIÓN MEDIANTE OTRAS TÉCNICAS DE SUSTITUCIÓN

1. Evalúe la integral indefinida.

    a) $\int \frac{\sqrt{w}}{1+\sqrt[3]{w}}\,dw$

    b) $\int \frac{t^3}{\sqrt[3]{t^2+4}}\,dt$

    c) $\int \frac{8}{1+\tan\theta}\,d\theta$

    d) $\int \frac{1}{5\sin x+3}\,dx$

    e) $\int \frac{r^2}{(1-r)^2}\,dr$

    f) $\int \csc u\,du$; (use la sustitución $z=\tan\frac{x}{2}$)

2. Calcule el valor exacto o aproximado (seis dígitos significativos) de la integral definida.

    a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1-\sin\theta+\cos\theta}\,d\theta$

    b) $\int_0^{4} \frac{1}{1+\sqrt{w}}\,dw$

    c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2+\cos x}\,dx$

    d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3+\cos 2\alpha}\,d\alpha$