I – ECUACIONES CUADRÁTICAS

1. Resolver las ecuaciones siguientes usando cualquier método, excepto Fórmula General.
   a) $16\,az^2 - 49a^3 = 0$, (para "z" en términos de "a")
   b) $\frac{2}{t+1} - \frac{1}{t} = \frac{1}{6}$
   c) $100y^2 - 20y + 1 = 0$
   d) $s^2 = 5s + 6$
2. Transforma la expresión dada en otra, de modo que contenga un Trinomio Cuadrado Perfecto.
   a) $t^2 + 100t - 15$
   b) $4w^2 + 2w - 1$
   c) $3z^2 + 3z + 1$
3. En las siguientes ecuaciones despejar "y" en términos de "x". Simplifique.
   a) $xy^2 - 9x - y - 1 = 0$
   b) $x^2 - 2xy + y^2 - 6x - 6y + 3 = 0$
4. Resuelve los siguientes problemas
   a) Conociendo que $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$, calcular *"$n$"* sabiendo que:
      $1 + 2 + \cdots + n = 300$
   b) El producto de dos números consecutivos menos el menor, es 400. Encontrar los números.
   c) Un rectángulo tiene una base de $(x + 3)$ y una altura de $(x - 1)$. Calcule su perímetro si el área es de 60 u^2.

II – SISTEMAS DE ECUACIONES Y FORMAS CUADRÁTICAS

1. Resolver la ecuación dada como una ecuación de forma cuadrática.

   a) $2m^4 + 17m^2 - 9 = 0$

   b) $x^2 - \frac{1}{b^2} = b^2 - \frac{1}{x^2}$, (para "$x$" en términos de "$b$")

   c) $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}} - 2\sqrt{\frac{x-3}{x+3}} = 1$

   d) $2w^2 + 2w - 3\sqrt{w^2 + w + 3} - 3 = 0$

   e) $\frac{1+\sqrt{1+s^2}}{s} + \frac{s}{1+\sqrt{1+s^2}} - 2\sqrt{2} = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones y compruebe para descartar las raíces extrañas.

   a) $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x-3} = 5$

   b) $\sqrt{t-3} - \sqrt{2t+2} + 2 = 0$

   c) $\sqrt{z - \sqrt{1-z}} + \sqrt{z} = 1$

   d) $\sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{6r}}} = 2$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por cualquier método. Compruebe el resultado.

   a) $2x^2 - xy - y^2 = 44$

      $xy + 3y^2 = 80$

   b) $x^2 + y^2 = 25$

      $xy = -12$

   c) $x^3 + y^3 = 126$

      $x^2 - xy + y^2 = 21$

III – INDUCCIÓN MATEMÁTICA

1. Demostrar por el método de inducción matemática la relación o proporción dada, siendo "n" un número entero y positivo.

   a) $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

   b) $3 + 6 + 9 + \cdots + 3n = {}^{3}/_{2}\, n(n + 1)$

   c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2}{4}(n + 1)^2$

   d) $(1 + 2 + 3 + .. + n)^2 = \frac{n^2}{4}(n + 1)^2$

   e) $\frac{1}{1*2} + \frac{1}{2*3} + \frac{1}{3*4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

   f) $\frac{1}{1*3} + \frac{1}{2*4} + \frac{1}{3*5} + \cdots + \frac{1}{n(n+2)} = \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

   g) $2^{4n} - 1$ es divisible entre 15

   h) $2^{2n} + 5$ es divisible entre 3

   i) $7^n - 1$ es divisible entre 6

   j) $2 * 10^{n+2} + 4 * 10^n + 3$ es divisible entre 9

   k) $3^{2n} + 7$ es divisible entre 8

IV – TEOREMA DEL BINOMIO

1. Efectuar el desarrollo indicado.
   a) $(x-2y)^5$
   b) $\left(2z^2+\sqrt{z}\right)^6$
   c) $(1+t)^4+(1-t)^4$
   d) $(a+b-c)^3$
2. Escribir y simplificar los primeros cuatro términos del desarrollo de la potencia del binomio.
   a) $\left(x+\frac{y}{2}\right)^{1/4}$
   b) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^{12}$
   c) $(1+t)^{-2}$
3. Obtener sólo el término o términos indicados en el desarrollo correspondiente.
   a) Quinto término de $\left(x+\frac{y}{2}\right)^9$
   b) Dos términos centrales de $\left(\frac{s}{t}+\frac{t}{s}\right)^{13}$
   c) Término en a^7de $\left(\frac{a}{3}+9b\right)^{10}$
   d) Término central de $\left(ab+\frac{1}{2}\right)^{12}$

V – TRIGONOMETRÍA

1. Representa gráficamente los siguientes ángulos e indica respectivamente el signo de las funciones seno y coseno evaluadas en ellos. Indique cuando sea cero y exprese los ángulos en radianes o en grados según corresponda.

   a) $\theta = 135°$ b) $\theta = \frac{5\pi}{3}$ c) $\theta = \frac{7\pi}{6}$ d) $\theta = 120°$ e) $\theta = 240°$

2. Hallar las seis funciones trigonométricas del $< AOB$ agudo, formado por segmentos AO y OB a partir de los puntos. Calcular los ángulos interiores del ΔAOB.

   a) $A\ (3,0)$, $O\ (0,0)$ y $B\ (3,4)$. b) $A\ (-2,0)$, $O\ (0,0)$ y $B\ (-2,1)$.

3. Simplifique las siguientes expresiones.

   a) $\cos\beta \tan\beta \csc\beta$ b) $\frac{-1+\sec^2\gamma}{\sin^2\gamma}$ c) $\sin\theta(\csc\theta - \sin\theta)$

4. Reduce las siguientes expresiones usando la sustitución trigonométrica indicada.

   a) $\sqrt{4-x^2}$, para $x = 2\sin\theta$ b) $(81 + x^2)^{\frac{5}{2}}$, para $x = 9\tan\theta$

5. Trazar dos períodos de la gráfica de:

   a) $y = \sin 2x$ b) $y = 2\cos x$ c) $y = \sin(3x - \pi)$

6. Expresar como un solo término:

   a) $\cos 30° \cos 15° - \sin 30° \sin 15$ b) $4(\sin 15° \cos^3 15° - \sin^3 15° \cos 15°)$

7. Resolver las ecuaciones para $0 \le \theta < 2\pi$. Compruebe las soluciones.

   a) $\cos 2\theta = 1 - 4\sin 2\theta$ b) $\cos^2\theta + \cos\theta = 2$

8. Comprobar las siguientes identidades:

   a) $\csc^4 A - \cot^4 A = \csc^2 A + \cot^2 A$ b) $\frac{\sin B}{1+\sec B} - \frac{\sin B}{1-\sec B} = 2\cot B$

   c) $\frac{\tan C+\sec^3 C-\sec C}{\sec C} = \tan^2 C + \sin C$ d) $\frac{\tan D-\tan^2 D+\sec^2 D}{\sec D} = \sin D + \cos D$

VI – NÚMEROS COMPLEJOS

1. Efectúa las operaciones indicadas y expresa el resultado en forma canónica.
   a) $\sqrt{-25} - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$
   b) $(4 - 3i)(3 + i)$
   c) $\left(\sqrt{3} + i\right)^5$, usando el teorema del binomio.
2. Simplifique.
   a) i^{2131} b) $i^{201}(1 - i)^2$ c) $\frac{2i^5}{2-i}$
3. Demuestre que los números complejos: $-1/_2 + \sqrt{3}/_2\, i$ y $-1/_2 - \sqrt{3}/_2\, i$, son raíces cúbicas de la unidad.
4. Escribir los siguientes números complejos en forma polar.
   a) $2i$
   b) $-3 + 3i$
   c) $-i + \sqrt{3}$
5. Usar el teorema de De Moivre para calcular las potencias indicadas, reflejando el resultado en forma rectangular.
   a) $(-1 + i)^6$
   b) $[2(\cos 45° + i \sin 45°)]^4$
   c) $\left[2^{1/4}\left(\cos {5\pi}/_6 + i \sin {5\pi}/_6\right)\right]^8$
6. Utilizar el teorema de De Moivre para obtener las raíces indicadas en forma polar. Si el ángulo es notable, representar en forma rectangular y representar gráficamente las raíces.
   a) $(4 - 4i)^{1/5}$
   b) $(-64)^{1/6}$
   c) $(16i)^{1/4}$

VII – PROGRESIONES

1. Escribir los 5 primeros términos de la progresión aritmética para:
   a) $a_1 = x - 1, d = 2x + 1$
   b) $a_1 = {}^{-1}/_{4}, d = {}^{1}/_{6}$
2. Hallar $a_n\ y\ S_n$ en las progresiones dadas, para el número de términos indicados.
   a) $-3, -1, 1, \ldots$ hasta 15 términos.
   b) $10, 9, 8, \ldots$ hasta 20 términos.
   c) $3, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, \ldots$ hasta 15 términos.
3. Interpolar siete medios aritméticos entre 5 y 1; y dos medios aritméticos entre $1 + \sqrt{2}\ y\ 1 - 2\sqrt{2}$.
4. Dados 3 de los 5 elementos de una progresión geométrica, hallar los dos restantes.
   a) $a_n = 729, r = 3, S_n = 1093$
   b) $n = 6, r = {}^{1}/_{4}, a_1 = 16$
   c) $a_1 = 2, a_{10} = -1024, n = 10$
5. Interpolar 4 medios geométricos entre ${}^{1}/_{9}\ y - 27$; y tres medios geométricos entre 8 y 64.
6. Hallar la fracción común equivalente:
   a) $2.\overline{14}$ b) $11.\overline{103}$ c) $7.\overline{52}$
7. Calcular la suma de la progresión geométrica infinita, y determinar los valores de "x" para los cuáles converge.
   a) $\frac{1}{x}, \frac{3}{x^2}, \frac{9}{x^3}, \ldots$ b) $\frac{2}{(x+1)}, \frac{4}{(x+1)^2}, \frac{8}{(x+1)^3}, \ldots$
8. Determinar los valores de a y b, conociendo que "$a, 4, b$" están en progresión aritmética y "$b, 3, a$" están en progresión armónica.

VIII – TEORÍA DE ECUACIONES

1. Usando el teorema del residuo calcular el residuo de la división.
   a) $(3x^5 - x^4 + 2x^3 + 6x - 3) \div \left(x - {}^{1}\!/_{3}\right)$
   b) $(2x^5 - 9x^3 + 3x^2 + 8) \div (x - 2)$
2. Usando el teorema del factor, verificar si la primera expresión es factor de la segunda.
   a) $2x - 5; 2x^3 + 3x^2 - 12x - 20$
   b) $3x - 3;\ x^4 + 2x^3 - 2x - 1$
3. Usando división sintética obtener el cociente y el residuo al dividir:
   a) $(2x^3 - 3x^2 - x + 15) \div (x + 2)$
   b) $(x^5 - 3x^2 + 12x - 8) \div (2x + 1)$
4. Use la regla de los signos de descartes para hallar toda la información posible de la ecuación dada.
   a) $2x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 9x^2 + 7x - 2 = 0$
   b) $x^7 + 2x^5 - 3x^4 + 8x^3 - 9x = 0$
   c) $x^5 - 1 = 0$
5. Comprobar la raíz dada, y encontrar el resto.
   a) $x^3 - 4x^2 + 14x - 20 = 0; 1 + 3i$
   b) $x^3 - 6x^2 + 7x + 4 = 0; 1 - \sqrt{2}$
6. Construir la ecuación de menor grado con coeficientes reales, con las raíces:
   a) $-1; 2; 1 - 3i$ b) $-2; 1 + i$ c) $1 - i; -2i$
7. Hallar todas las raíces de la ecuación dada.
   a) $2x^4 - 3x^3 - x^2 - 12x - 36 = 0$
   b) $3x^5 + 5x^4 + x^3 + 5x^2 - 2x = 0$
   c) $x^6 + 1 = 0$